ΘΕΜΑ Α

Α1. Έστω μια συνάρτηση f , η οποία είναι ορισμένη σε ένα κλειστό διάστημα [α, β]. Αν

- η f είναι συνεχής στο [α, β] και
- $f(\alpha) \neq f(\beta)$

να αποδείξετε ότι για κάθε αριθμό ζ μεταξύ των f (α) και f(β) υπάρχει ένας, τουλάχιστον, $x_0 \in (\alpha, \beta)$ τέτοιος ώστε $f(x_0) = \zeta$.

Μονάδες 6

Α2. Έστω μια συνάρτηση f συνεχής σ' ένα διάστημα Δ και παραγωγίσιμη στο εσωτερικό του Δ. Πότε λέμε ότι η συνάρτηση f στρέφει τα κοίλα προς τα άνω ή είναι κυρτή στο Δ;

Μονάδες 4

Α3. Να διατυπώσετε το Θεμελιώδες Θεώρημα του Ολοκληρωτικού Λογισμού. **Μονάδες 5**

Α4. *Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.*

α) Αν f , g είναι δύο συναρτήσεις με πεδία ορισμού A , B αντίστοιχα, τότε η σύνθεση της f με τη g , δηλαδή η συνάρτηση $g \circ f$, ορίζεται αν $f(A) \cap B \neq \varnothing$

β) Ισχύει ότι $|\eta\mu x| \leq |x|$, για κάθε $x \in \mathbb{R}$.

γ) Ισχύει $(\sigma\varphi x)' = \dfrac{1}{\eta\mu^2 x}$, $x \in \mathbb{R} - \{x / \eta\mu x = 0\}$.

δ) Για κάθε συνάρτηση ισχύει ότι το μεγαλύτερο από τα τοπικά της μέγιστα είναι το ολικό της μέγιστο.

ε) Έστω f μια συνεχής συνάρτηση σε ένα διάστημα [α, β]. Αν $f(x) \geq 0$ για κάθε $x \in [a, \beta]$ τότε $\int_\alpha^\beta f(x)dx \geq 0$

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β

Δίνονται οι συναρτήσεις $g : [1, +\infty) \to \mathbb{R}$ με τύπο $g(x) = \sqrt{x} + \dfrac{1}{\sqrt{x}}$

και $h : [1, +\infty) \to \mathbb{R}$ με τύπο $h(x) = \sqrt{x} - \dfrac{1}{\sqrt{x}}$.

Β1. Να προσδιορίσετε τις συναρτήσεις $f = \dfrac{g}{h}$ και $r = g \cdot h$. **Μονάδες 6**

Για τα παρακάτω ερωτήματα να θεωρήσετε ότι

$f(x) = \dfrac{x+1}{x-1}$, $x > 1$ και $r(x) = x - \dfrac{1}{x}$, $x \geq 1$.

Β2. Να αποδείξετε ότι η συνάρτηση f αντιστρέφεται (μονάδες 2) και ότι $f^{-1} = f$ (μονάδες 5), όπου f^{-1} είναι η αντίστροφη συνάρτηση της f . **Μονάδες 7**

Β3. Να βρείτε τις ασύμπτωτες της γραφικής παράστασης της συνάρτησης r . **Μονάδες 6**

Β4. Να λύσετε την εξίσωση $(f^{-1}(f(x)))^2 = 1 + 4r(x)$. **Μονάδες 6**

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η συνεχής συνάρτηση

$$f(x) = \begin{cases} -2x + 4 + e^\lambda, & 0 \leq x < 2 \\ -x^2 + 4x - 3 + \lambda, & x \geq 2 \end{cases}$$

με $\lambda \in \mathbb{R}$.

Γ1. Να αποδείξετε ότι λ = 0. **Μονάδες 5**

Γ2. Να αποδείξετε ότι η συνάρτηση f είναι γνησίως μονότονη και στη συνέχεια να βρείτε, αν υπάρχουν, τα ακρότατά της. **Μονάδες 6**

Γ3. i) Να εξετάσετε αν η συνάρτηση f ικανοποιεί τις υποθέσεις του Θεωρήματος Μέσης Τιμής του Διαφορικού Λογισμού στο διάστημα [0,3].

(μονάδες 4)

ii) Να βρείτε, αν υπάρχει, $\xi \in (0,3)$ τέτοιο ώστε η εφαπτομένη στη γραφική παράσταση της f στο σημείο $\Gamma(\xi, f(\xi))$ να είναι παράλληλη στην ευθεία που διέρχεται από τα σημεία $\Delta(0, f(0))$ και $\mathrm{E}(3, f(3))$. (μονάδες 4)

Μονάδες 8

Γ4. Κινητό σημείο Μ ξεκινά από το σημείο Α(2,0) και κινείται κατακόρυφα προς τα πάνω με σταθερή ταχύτητα υ = 0.5 μονάδες μήκους το δευτερόλεπτο. Αν Ο είναι η αρχή των αξόνων, να υπολογίσετε τον ρυθμό με τον οποίο αυξάνεται η γωνία $\widehat{\omega} = \text{ΑΟΜ}$ τη χρονική στιγμή κατά την οποία το κινητό σημείο Μ θα συναντήσει τη γραφική παράσταση της συνάρτησης f .

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ Δ

Έστω η συνάρτηση $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$ με τύπο\

$$f(x)=\frac{\ln x+\alpha x}{x},$$

όπου $a\in\mathbb{R}$.

Δίνεται ότι το σύνολο τιμών της f είναι το $f\left((0,+\infty)\right)=\left(-\infty,1+\frac{1}{e}\right]$.

Δ1. Να αποδείξετε ότι α =1. **Μονάδες 4**

Δ2. Να αποδείξετε ότι η εξίσωση f(x) = 0 έχει μοναδική ρίζα, x_0 , η οποία ανήκει στο διάστημα $\left(\frac{1}{2},1\right)$.

Μονάδες 6

Δ3. i) Να αποδείξετε ότι η εξίσωση f(x) = f(4) έχει δύο ακριβώς λύσεις, τις $x_1=2\ \kappa\alpha\iota\ x_2=4$.

(μονάδες 3)

ii) Να λύσετε την ανίσωση $2^x\le x^2$ στο διάστημα $(0,+\infty)$.

(μονάδες 5)

Μονάδες 8

Δ4. Δίνεται επιπλέον η συνάρτηση $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ με τύπο $g(x)=f(e^x)\cdot\frac{1-x}{e^x}$.

Να υπολογίσετε το εμβαδόν του χωρίου Ω που βρίσκεται ανάμεσα στις ευθείες x = - ln2 και x = 0**,** και περικλείεται από αυτές, τον άξονα x΄ x και τη γραφική παράσταση της συνάρτησης g.

Μονάδες 7

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. Σχολικό βιβλίο σελ. 76
Α2. Σχολικό βιβλίο σελ. 155
Α3. Σχολικό βιβλίο σελ. 216
Α4. **α)** Σ
β) Σ
γ) Λ
δ) Λ
ε) Σ

ΘΕΜΑ Β

Β1. $h(x)=0\Leftrightarrow\sqrt{x}-\frac{1}{\sqrt{x}}=0\Leftrightarrow\sqrt{x}=\frac{1}{\sqrt{x}}\Leftrightarrow\sqrt{x}^2=1\Leftrightarrow x=1$

Η συνάρτηση $\frac{g}{h}$ ορίζεται στο $A_{\frac{g}{h}}=\left\{x\in A_g\cap A_h\,/\,h(x)\ne0\right\}=\left\{x\ge1\,/\,x\ne1\right\}=(1,+\infty)$

και έχει τύπο $f(x)=\left(\frac{g}{h}\right)(x)=\frac{g(x)}{h(x)}=\frac{\left(\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{x}}\right)\cdot\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}-\frac{1}{\sqrt{x}}\right)\cdot\sqrt{x}}=\frac{x+1}{x-1}$

Η r ορίζεται στο $A_r=A_g\cap A_h=[1,+\infty)$ και έχει τύπο

$r(x)=(g\cdot h)(x)=g(x)h(x)=\left(\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{x}}\right)\left(\sqrt{x}-\frac{1}{\sqrt{x}}\right)=$

$$= \sqrt{x}^2 - \left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^2 = x - \frac{1}{x}\ .$$

Β2. $f(x) = \dfrac{x+1}{x-1}$, x>1

Η f είναι παραγωγίσιμη ως ρητή, με

$$f'(x) = \frac{(x+1)'(x-1)-(x+1)(x-1)'}{(x-1)^2} = \frac{x-1-x-1}{(x-1)^2} = \frac{-2}{(x-1)^2}, \quad x>1$$

$f'(x)<0$ για κάθε $x>1$, άρα $f \downarrow (1,+\infty)$, επομένως είναι ΄1-1΄ και αντιστρέψιμη.

Έστω $y = f(x) \Leftrightarrow y = \dfrac{x+1}{x-1} \Leftrightarrow (x-1)y = x+1$

$$\Leftrightarrow x\cdot y - y = x+1 \Leftrightarrow x\cdot y - x = y+1$$

$$\Leftrightarrow x(y-1) = y+1 \overset{y\neq 1}{\Leftrightarrow} x = \frac{y+1}{y-1}$$

αφού x>1 έχουμε $\dfrac{y+1}{y-1} > 1 \Leftrightarrow \dfrac{y+1}{y-1} - 1 > 0$

$$\Leftrightarrow \frac{y+1}{y-1} - \frac{y-1}{y-1} > 0 \Leftrightarrow \frac{2}{y-1} > 0 \Leftrightarrow y-1>0 \Leftrightarrow y>1$$

άρα $f^{-1}(y) = \dfrac{y+1}{y-1}, y>1$ ή $f^{-1}(x) = \dfrac{x+1}{x-1}, x>1$.

Οπότε $f^{-1} = f$.

Β3. Η r είναι συνεχής στο $[1,+\infty)$ άρα η C_r δεν έχει κατακόρυφες ασύμπτωτες.

$$\lim_{x\to\infty} \frac{r(x)}{x} = \lim_{x\to\infty} \frac{x-\frac{1}{x}}{x} = \lim_{x\to\infty}\left(1-\frac{1}{x^2}\right) = 1 \quad (\lambda = 1)$$

Και $\displaystyle\lim_{x\to\infty}(r(x)-x) = \lim_{x\to\infty}\left(\cancel{x} - \frac{1}{x} - \cancel{x}\right) = 0 \quad (\beta = 0)$

Άρα η ευθεία y=x είναι πλάγια ασύμπτωτη της C_r στο $+\infty$.

Β4. Για $x>1: \left(f^{-1}(f(x))\right)^2 = 1+4r(x)$

$$\Leftrightarrow x^2 = 1+4\left(x-\frac{1}{x}\right) \Leftrightarrow x^2 = 1+4x-\frac{4}{x}$$

$$\Leftrightarrow x^3 - 4x^2 - x + 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2(x-4)-(x-4) = 0 \Leftrightarrow (x-4)(x^2-1) = 0$$

$\Leftrightarrow x-4=0$ **ή** $x^2-1=0 \Leftrightarrow x=4$ **δεκτή** **ή** $x=\pm 1$ **απορρίπτονται.**

<u>ΘΕΜΑ Γ</u>

Γ1. $\displaystyle\lim_{x\to 2^-} f(x) = \lim_{x\to 2^-}\left(-2x+4+e^{\lambda}\right) = -4+4+e^{\lambda} = e^{\lambda}$

$$\lim_{x\to 2^+} f(x) = \lim_{x\to 2^+}\left(-x^2+4x-3+\lambda\right) = -4+8-3+\lambda = \lambda+1 = f(2)$$

Η f είναι συνεχής στο $x_0 = 2$ επομένως:

$$\lim_{x\to 2^-} f(x) = \lim_{x\to 2^+} f(x) = f(2) \Leftrightarrow e^{\lambda} = \lambda+1\ \boxed{1}$$

Για κάθε u > 0 ισχύει $\ln u \le u-1$ και η ισότητα ισχύει μόνο για $u=1$. Θέτουμε $u=e^x>0$ και έχουμε $\ln e^x \le e^x-1 \Leftrightarrow e^x \ge x+1$ και η ισότητα ισχύει μόνο για $u=1 \Leftrightarrow e^x=1 \Leftrightarrow x=0$. Επομένως $\boxed{1} \Leftrightarrow \lambda=0$.

Γ2. Για λ = 0: $f(x)=\begin{cases}-2x+5, & 0\le x<2\\ -x^2+4x-3, & x\ge 2\end{cases}$

Για $x\in[0,2)$ η f είναι παραγωγίσιμη με $f'(x)=-2<0$

Για $x\in(2,+\infty)$ η f είναι παραγωγίσιμη με $f(x)'=-2x+4<0$ διότι $x>2 \Leftrightarrow -2x<-4 \Leftrightarrow -2x+4<0$.

Άρα $f'(x)<0$ για κάθε $x\in[0,2)\cup(2,+\infty)$ και η f είναι συνεχής στο x_0 = 2. Επομένως η f είναι γνησίως φθίνουσα στο $[0,+\infty)$.

Η f παρουσιάζει μέγιστο στο x_0 = 0 με τιμή f(0) =5.

Γ3. (i) $\lim\limits_{x\to 2^-}\dfrac{f(x)-f(2)}{x-2}=\lim\limits_{x\to 2^-}\dfrac{-2x+5-1}{x-2}=\lim\limits_{x\to 2^-}\dfrac{-2(x-2)}{x-2}=-2$

$$\lim_{x\to 2^+}\frac{f(x)-f(2)}{x-2}=\lim_{x\to 2^+}\frac{-x^2+4x-3-1}{x-2}=\lim_{x\to 2^+}\frac{-(x-2)^2}{x-2}=0$$

Άρα η f δεν ικανοποιεί τις υποθέσεις Θ.Μ.Τ στο [0,3] αφού δεν είναι παραγωγίσιμη στο x_0 = 2.

(ii) Ο συντελεστής διεύθυνσης της ευθείας ΔΕ είναι: $\lambda=\dfrac{f(3)-f(0)}{3-0}=-\dfrac{5}{3}$

Για $x\in(0,2)$: $f'(x)=-2\ne-\dfrac{5}{3}$

Για $x\in(2,+\infty)$: $f'(\xi)=-\dfrac{5}{3}\Leftrightarrow -2\xi+4=-\dfrac{5}{3}\Leftrightarrow -2\xi=-\dfrac{17}{3}\Leftrightarrow \xi=\dfrac{17}{6}$ και $\xi\in(0,3)$.

Άρα η εφαπτομένη της C_f στο σημείο $\Gamma\left(\dfrac{17}{6}, f\left(\dfrac{17}{6}\right)\right)$ είναι παράλληλη στην ευθεία ΔΕ.

Γ4.

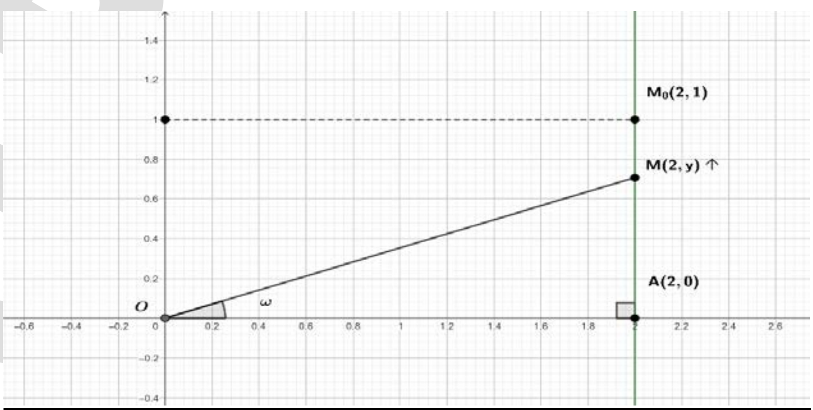
Έστω Μ(2, y). Έχουμε ότι $y'(t)=0,5,\ f(2)=1$ άρα $y(t_0)=1$ και αναζητούμε το $\omega'(t_0)$

$\varepsilon\varphi\omega=\dfrac{\text{AM}}{\text{OA}}=\dfrac{y}{2}$ άρα $\varepsilon\varphi\omega(t)=\dfrac{y(t)}{2}\ \boxed{2}$

Και τα δυο μέλη της $\boxed{2}$ είναι παραγωγίσιμες συναρτήσεις επομένως :

$$\left(\varepsilon\varphi\omega(t)\right)'=\left(\frac{y(t)}{2}\right)'\Leftrightarrow \frac{1}{\sigma\upsilon\nu^2\omega(t)}\cdot\omega'(t)=\frac{y'(t)}{2}\Leftrightarrow\left(1+\varepsilon\varphi^2\omega(t)\right)\cdot\omega'(t)=\frac{0,5}{2}\Leftrightarrow\left[1+\left(\frac{y(t)}{2}\right)^2\right]\cdot\omega'(t)=\frac{1}{4}$$

Τη στιγμή t_0: $\left[1+\left(\dfrac{y(t_0)}{2}\right)^2\right]\cdot\omega'(t_0)=\dfrac{1}{4}\Leftrightarrow\dfrac{5}{4}\cdot\omega'(t_0)=\dfrac{1}{4}\Leftrightarrow\omega'(t_0)=\dfrac{1}{5}rad/\sec$.



ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Η f είναι παραγωγίσιμη στο $(0,+\infty)$ ως πράξεις παραγωγισίμων με $f'(x)=\left(\dfrac{\ln x}{x}+\alpha\right)'=\dfrac{1-\ln x}{x^2}$

$$f'(x)=0\Leftrightarrow \frac{1-\ln x}{x^2}=0\Leftrightarrow 1-\ln x=0\Leftrightarrow x=e$$

$$f'(x)>0\Leftrightarrow \frac{1-\ln x}{x^2}>0\overset{x^2>0}{\Leftrightarrow}1-\ln x>0\Leftrightarrow x<e$$

x	0		e		$+\infty$
f′(x)		+	0	−	
f(x)		↗		↘	

Η f παρουσιάζει ολικό μέγιστο για $x=e$ με τιμή $f(e)=\dfrac{\ln e}{e}+\alpha=\alpha+\dfrac{1}{e}$. Όμως $f\left((0,+\infty)\right)=\left(-\infty,1+\dfrac{1}{e}\right]$, οπότε η μέγιστη τιμή της f είναι $1+\dfrac{1}{e}$. Συνεπώς $\alpha+\dfrac{1}{e}=1+\dfrac{1}{e}\Leftrightarrow\alpha=1$

Δ2.

$f\left(\dfrac{1}{2}\right)=\dfrac{\ln\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}}+1=2\ln\dfrac{1}{2}+1=1-2\ln 2<0$ διότι $2\ln 2>1\Leftrightarrow \ln 2^2>\ln e\Leftrightarrow 4>e$, που ισχύει

$f(1)=\ln 1+1=1>0$

Εφαρμόζουμε θεώρημα Bolzano για την f στο $\left[\dfrac{1}{2},1\right]$

Η f είναι συνεχής στο $\left[\dfrac{1}{2},1\right]$ ως πράξεις συνεχών συναρτήσεων

$f\left(\dfrac{1}{2}\right)f(1)<0$

Άρα υπάρχει τουλάχιστον ένα $x_0\in\left(\dfrac{1}{2},1\right)$ τέτοιο ώστε $f\left(x_0\right)=0$. Ακόμη $f\nearrow\Delta_1=(0,e]$, οπότε x_0 μοναδική ρίζα της f στο Δ_1.

Η f είναι συνεχής στο $\Delta_2=(e,+\infty)$ ως πράξεις συνεχών και $f\searrow\Delta_2$ οπότε

$f\left(\Delta_2\right)=\left(\lim\limits_{x\to+\infty}f(x),\lim\limits_{x\to e^+}f(x)\right)=\left(1,1+\dfrac{1}{e}\right)$, διότι $\lim\limits_{x\to e^+}f(x)=f(e)=1+\dfrac{1}{e}$ και $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=1$ αφού $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\ln x}{x}\underset{DLH}{\overset{\frac{+\infty}{+\infty}}{=}}\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1}{x}=0$. Συνεπώς $0\notin f\left(\Delta_2\right)$, οπότε η εξίσωση $f(x)=0$ δεν έχει ρίζα στο Δ_2. Τελικά, η f έχει ακριβώς μια ρίζα, η οποία βρίσκεται στο διάστημα $\left(\dfrac{1}{2},1\right)$.

Δ3.

i) Αρχικά παρατηρούμε ότι $f(4)=\dfrac{\ln 4}{4}+1=\dfrac{2\ln 2}{4}+1=\dfrac{\ln 2}{2}+1=f(2)$

Για $x\in\Delta_1=(0,e]$, η f είναι 1-1 διότι $f\nearrow\Delta_1$, οπότε $f(x)=f(4)\Leftrightarrow f(x)=f(2)\overset{1-1}{\Leftrightarrow}x=2$

Για $x\in\Delta_2=(e,+\infty)$, η f είναι 1-1 διότι $f\searrow\Delta_2$, οπότε $f(x)=f(4)\overset{1-1}{\Leftrightarrow}x=4$

Τελικά η εξίσωση $f(x)=f(4)$ έχει δύο ακριβώς λύσεις, τις $x_1=2,x_2=4$

ii) $2^x \le x^2 \overset{x>0}{\Leftrightarrow} \ln 2^x \le \ln x^2 \Leftrightarrow x\ln 2 \le 2\ln x \overset{x>0}{\Leftrightarrow} \dfrac{\ln 2}{2} \le \dfrac{\ln x}{x} \Leftrightarrow f(2) \le f(x)$ (1)

Για $x \in \Delta_1 = (0, e]$ είναι $f \nearrow \Delta_1$, οπότε (1) $\Leftrightarrow 2 \le x$, οπότε $x \in [2, e]$

Για $x \in \Delta_2 = (e, +\infty)$ είναι $f \searrow \Delta_2$, οπότε (1) $\Leftrightarrow f(4) \le f(x) \Leftrightarrow 4 \ge x$, οπότε $x \in (e, 4]$. Συνεπώς $x \in [2, e] \cup (e, 4] \Leftrightarrow x \in [2, 4]$

Δ4. $\mathrm{E}(\Omega) = \displaystyle\int_{-\ln 2}^{0} |g(x)|\,dx = \int_{-\ln 2}^{0} \left| f(e^x) \cdot \frac{1-x}{e^x} \right| dx$

Θέτουμε $u = e^x \Leftrightarrow x = \ln u$, άρα $dx = \left(\ln u\right)' du \Leftrightarrow dx = \dfrac{1}{u} du$

Για $x_1 = -\ln 2$: $u_1 = e^{-\ln 2} = e^{\ln\frac{1}{2}} = \dfrac{1}{2}$

Για $x_2 = 0$: $u_1 = e^0 = 1$

Άρα $\mathrm{E}(\Omega) = \displaystyle\int_{\frac{1}{2}}^{1} \left| f(u) \cdot \frac{1-\ln u}{u} \cdot \frac{1}{u} \right| du = \int_{\frac{1}{2}}^{1} \left| f(u) \cdot \frac{1-\ln u}{u^2} \right| du = \int_{\frac{1}{2}}^{1} |\, f(u) \cdot f'(u)\,|\, du$

Όμως:

$$\frac{1}{2} \le x \le x_0 \overset{f \nearrow \left[\frac{1}{2}, 1\right]}{\Leftrightarrow} f\left(\frac{1}{2}\right) \le f(x) \le f\left(x_0\right) \Rightarrow f(x) \le 0$$

$$x_0 \le x \le 1 \overset{f \nearrow \left[\frac{1}{2}, 1\right]}{\Leftrightarrow} f\left(x_0\right) \le f(x) \le f\left(\frac{1}{2}\right) \Rightarrow f(x) \ge 0$$, όποτε:

$$\mathrm{E}(\Omega) = -\int_{\frac{1}{2}}^{x_0} f(u) \cdot f'(u)du + \int_{x_0}^{1} f(u) \cdot f'(u)du = -\left[\frac{f^2(u)}{2}\right]_{\frac{1}{2}}^{x_0} + \left[\frac{f^2(u)}{2}\right]_{x_0}^{1}$$

$$= -\left(\frac{f^2(x_0)}{2} - \frac{f^2\left(1/2\right)}{2}\right) + \left(\frac{f^2(1)}{2} - \frac{f^2\left(x_0\right)}{2}\right) \overset{f(x_0)=0}{=} \frac{f^2\left(1/2\right)}{2} + \frac{f^2\left(1\right)}{2}$$

$= 2\ln^2 2 - 2\ln 2 + 1$ τετραγωνικές μονάδες

<u>**ΟΙ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΙ**</u>

ΓΙΩΡΓΟΣ ΜΑΝΔΑΛΑΚΗΣ • ΓΡΗΓΟΡΗΣ ΚΥΡΙΑΚΑΚΗΣ • ΜΑΝΟΛΗΣ ΑΘΑΝΑΣΑΚΗΣ
ΒΑΣΙΛΗΣ ΚΑΡΑΤΖΙΑΣ • ΝΙΚΟΣ ΣΤΑΥΡΟΥΛΑΚΗΣ • ΒΑΝΑ ΚΑΤΣΟΥΛΗ
ΚΩΣΤΑΣ ΑΣΦΕΝΤΑΓΑΚΗΣ • ΜΑΡΙΑ ΤΕΡΖΑΚΗ • ΜΑΡΙΑ ΧΡΙΣΤΟΦΑΚΗ
ΚΩΣΤΑΣ ΝΙΚΗΦΟΡΟΣ • ΑΛΕΞΑΝΔΡΙΔΗ ΚΕΛΛΥ • ΚΑΤΕΡΙΝΑ ΡΟΓΔΑΚΗ
ΜΑΚΡΑΚΗΣ ΝΙΚΟΣ • ΑΓΓΕΛΟΣ ΜΑΘΙΟΥΔΑΚΗΣ